Paramètres de QCD

Claude ROIESNEL

Ecole Polytechnique

AUTRANS 06 Juin 2005

Sommaire

1. Λ_{QCD}
   - Couplages invariants de jauge
   - Fonctions de Green

2. Masses de quarks
   - $\frac{m_u+m_d}{2}$
   - m_s
   - m_c

Stratégie du calcul de Λ

1 Fixer l'échelle de la maille du réseau:

- mesure de $a\,\sigma$ ou $a\,r_0$ pour QCD avec quarks statiques
- mesure d'une masse de hadron pour QCD avec quarks dynamiques.

2 Définir une constante de couplage effective à partir d'opérateurs sur réseau $\Rightarrow$ définition d'un schéma de renormalisation R.

3 Relier, par un calcul perturbatif sur réseau ou dans le continu g_R à $g_{\overline{\mathrm{MS}}} \longrightarrow \Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}$

Relation entre les schémas de renormalisation

- La relation entre Λ_R et $\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}$ est, asymptotiquement, un calcul à une boucle.
- Mais relier les constantes de couplages à une échelle finie n'est pas si simple à cause de la troncation des séries perturbatives.

$$\frac{\Lambda_{R_2}^{(n)}}{\Lambda_{R_1}^{(n)}} = \exp\left\{ \frac{1}{2\beta_0}\left(\frac{1}{h_{R_1}} - \frac{1}{h_{R_2}}\right) + \frac{\beta_1}{2\beta_0^2}\ln\frac{h_{R_1}}{h_{R_2}} + \cdots \right\}$$

$$h_{R_2} = h_{R_1}(1 + c_1 h_{R_1} + \cdots)\,, \quad h = \frac{g^2}{16\pi^2}$$

Schéma réseau dans l'approximation statique

- Schéma naturel invariant de jauge défini par l'action sur réseau:

$$S_W(U) = -\frac{\beta}{3}\sum_x \mathrm{Re}\,\mathsf{Tr}U_P(x)\,, \quad \beta = \frac{6}{g_L^2}$$

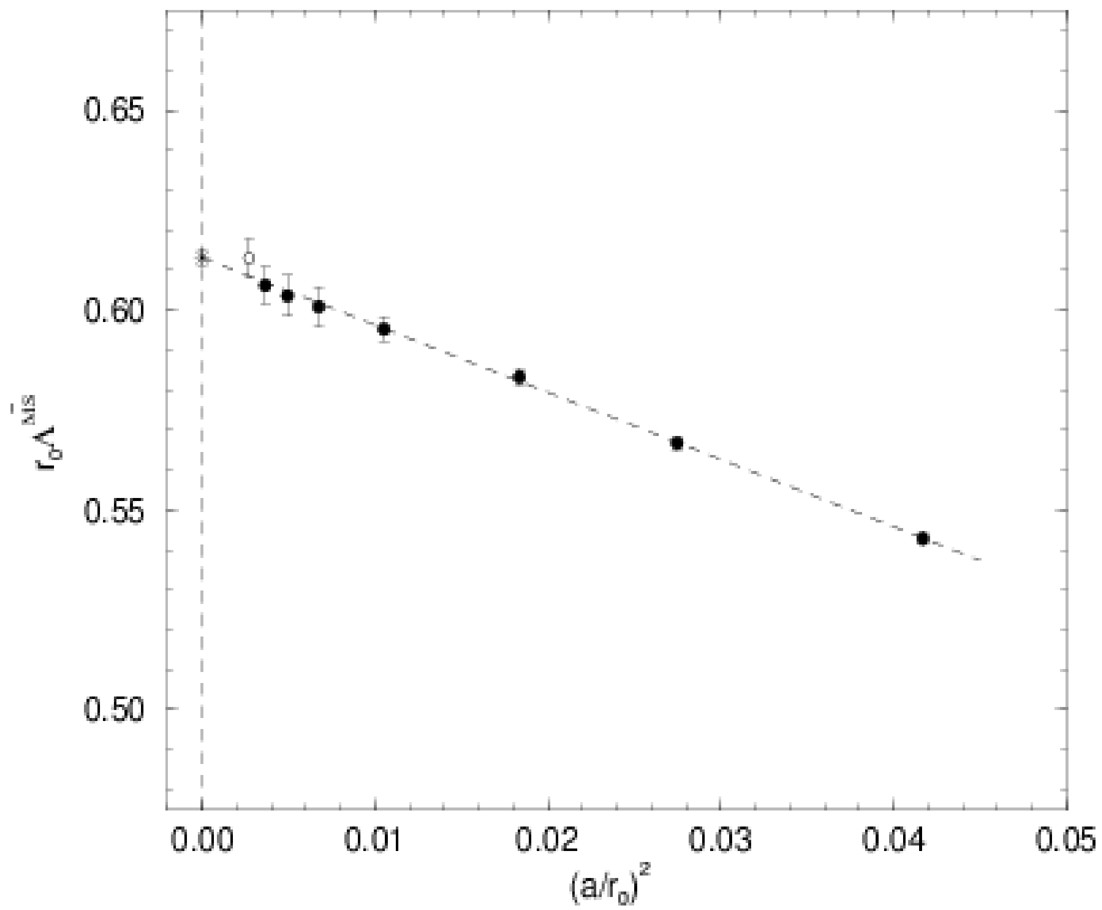
- Conversion entre le schéma de l'action de Wilson et $\overline{\mathrm{MS}}$:

$$g^2_{\overline{\mathrm{MS}}}(1/a) = g_L^2(1 + 0.4682 g_L^2 + 0.0557 g_L^4)$$

- Couplage amélioré: $g_\Box = \frac{g_L^2}{\langle \mathsf{Tr} U_P \rangle}$

$$g^2_{\overline{\mathrm{MS}}}(1/a) = g_\Box^2(1 + 0.1349 g_\Box^2 + 0.0218 g_\Box^4)$$

Λ_L dans l'approximation statique

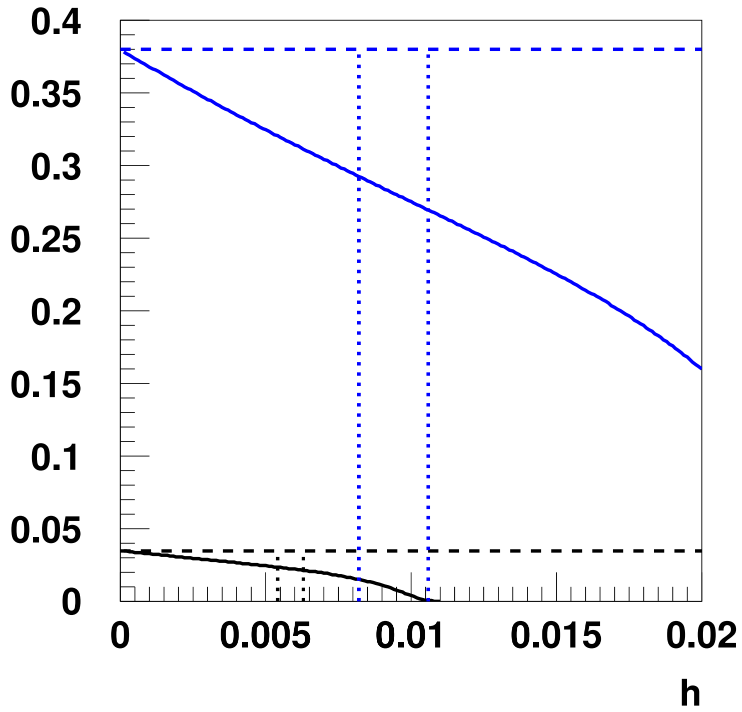


$$5.95 \leq \beta \leq 6.92$$

Data UKQCD/QCDSF, Necco & Sommer

$$\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}} = 242(11)(10)\,\mathrm{MeV}\,, \quad \mathrm{N}_f = 0$$

Conversion entre schéma réseau et $\overline{\mathrm{MS}}$



$\frac{\Lambda_{\mathrm{L}}^{(3)}}{\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}^{(3)}}$ (ligne noire solide) en fonction de h_{L} et $\frac{\Lambda_{\square}^{(3)}}{\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}^{(3)}}$ (ligne bleue solide) en fonction de $h_{\square}$. Les lignes verticales délimitent les intervalles de h_{L} et $h_{\square}$ dans simulations ($5.7 \leq \beta \leq 6.9$). Les lignes horizontales sont les valeurs asymptotiques.

Schéma réseau avec quarks dynamiques

- Même méthode que dans le cas statique; appliquée par UKQCD/QCDSF.
- Opérateur de Dirac-Wilson amélioré par un terme de Clover pour l'action des quarks.

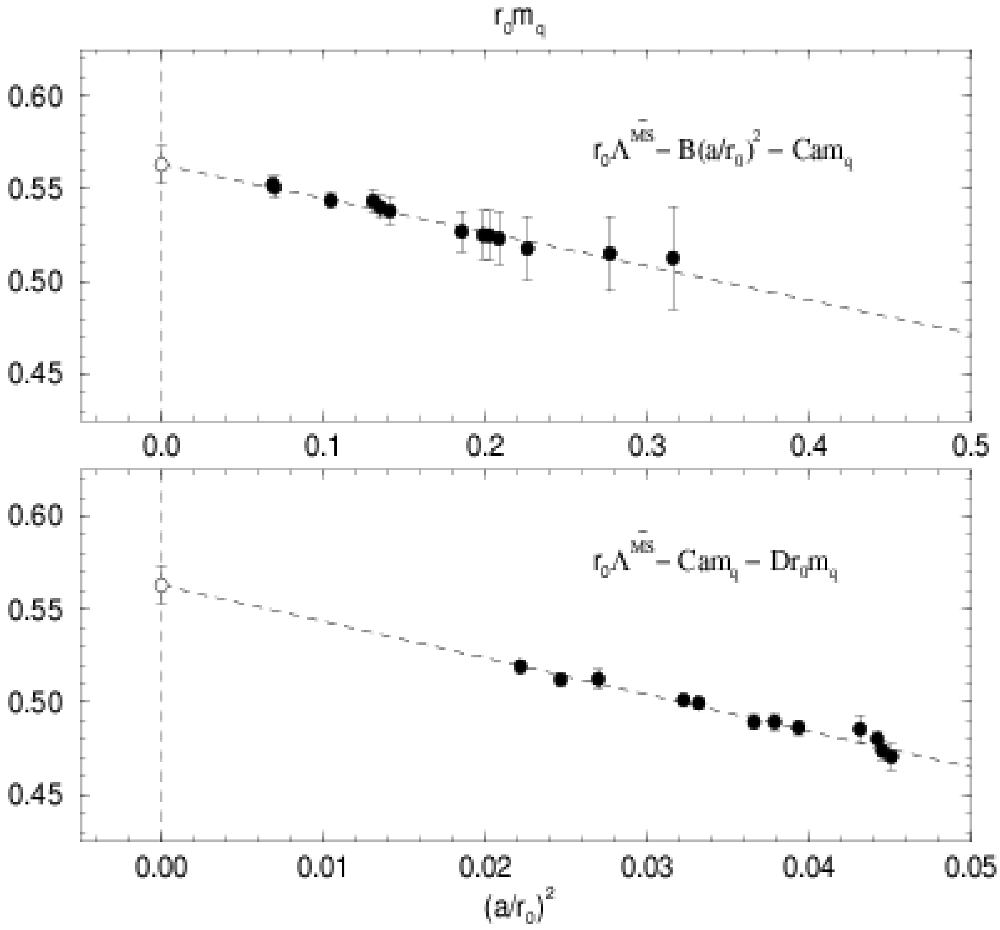
  $\Rightarrow$ Conversion entre le schéma réseau et le schéma $\overline{\mathrm{MS}}$ plus compliquée.

  $\Rightarrow$ Extrapolation en a^2 et m_{sea}

Ansatz

$$r_0\Lambda = const + B(a/r_0)^2 + Cam_q + Dr_0mq$$

Λ_L avec quarks dynamiques



$$5.20 \leq \beta \leq 5.40\,, \quad N_f = 2$$

Data UKQCD/QCDSF

$$\Lambda_{\overline{\rm MS}} = 222(4)(28)\,{\rm MeV}\,, \quad {\rm N}_f = 2$$

Fonctions de Green sur réseau

- Calcul des fonctions de Green de quarks et de gluons en jauge de Landau.
- Domaine de validité des calculs:

$$\Lambda_{\mathrm{QCD}} \ll \mu^2 \ll 1/a^2$$

- Deux types d'erreurs de discrétisation:
  - brisure de l'invariance rotationelle par le groupe $H(4)$

$$\longrightarrow a^2\mu^2 \sim 1$$

  - violations d'échelle invariantes sous $O(4)$

$$O(g^2a^2\mu^2) \longrightarrow O(g^4a^2\mu^2)$$

Schémas de soustraction MOM

Fonctions de Green à 2 et 3 points facilement mesurables sur réseau en jauge de Landau:

- Champ du gluon:
  $A_\mu(x) = 1/2(U_\mu(x) - U_\mu^\dagger(x)) - \mathsf{Tr}(\cdots)$
- Propagateur du gluon:
  $$\left\langle \widehat{A}^a_\mu(p)\widehat{A}^b_\nu(-p)\right\rangle = \frac{G(p^2)}{p^2}\delta^{ab}(\delta_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2})$$
- $\left\langle \widehat{A}^a_\mu(p_1)\widehat{A}^b_\nu(p_2)\widehat{A}^c_\rho(p_3)\right\rangle$ dans diverses configurations cinématiques:
  - Schéma MOM symétrique:
    $p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = \mu^2$
  - Schéma $\widetilde{\text{MOM}}$ asymétrique:
    $p_1^2 = p_3^2 = \mu^2, p_2 = 0$
- Propagateur des fantômes par inversion de l'opérateur de Faddeev-Popov sur réseau.

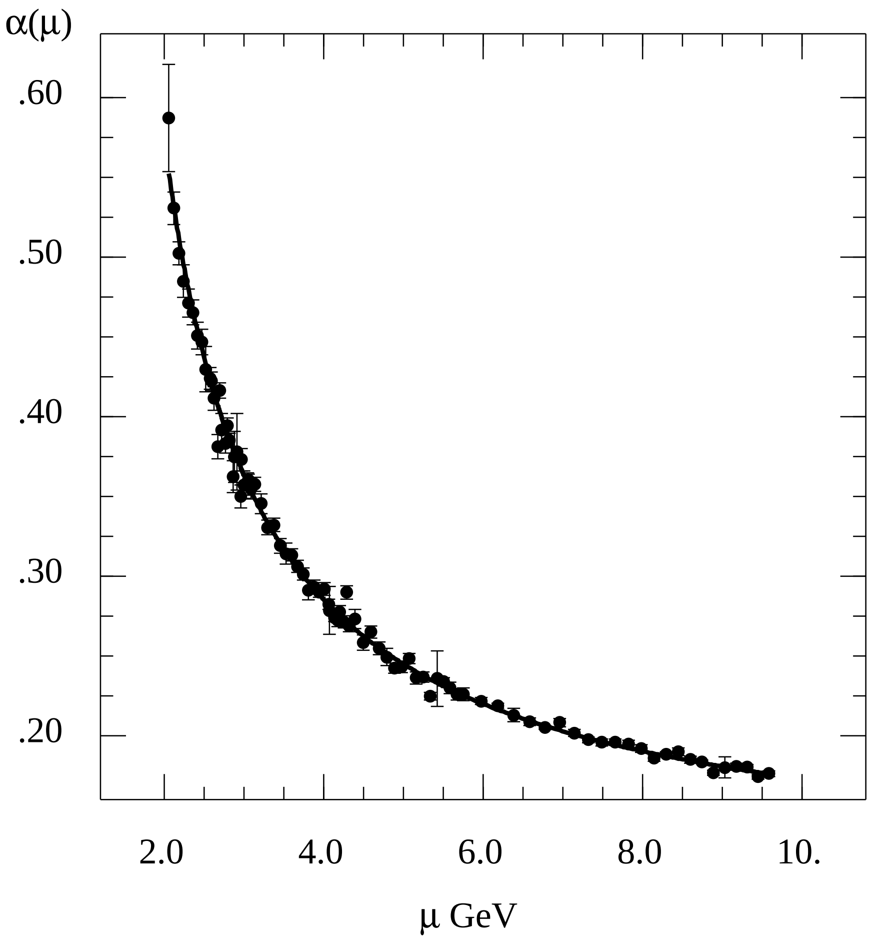
Schémas de soustraction MOM

- Schéma MOM défini par des conditions de normalisation sur les propagateurs et les fonctions de vertex amputées:

$$
\begin{aligned}
Z_3(\mu^2) &= G(\mu^2)\mu^2 \\
g_R(\mu^2) &= \frac{V(p_1^2,p_2^2,p_3^2)Z_3^{3/2}(\mu^2)}{G(p_1^2)G(p_2^2)G(p_3^2)}
\end{aligned}
$$

- Conversion au schéma $\overline{\mathrm{MS}}$ par un calcul perturbatif dans le continu.

Couplage 3-Gluon dans le schéma $\widetilde{\text{MOM}}$

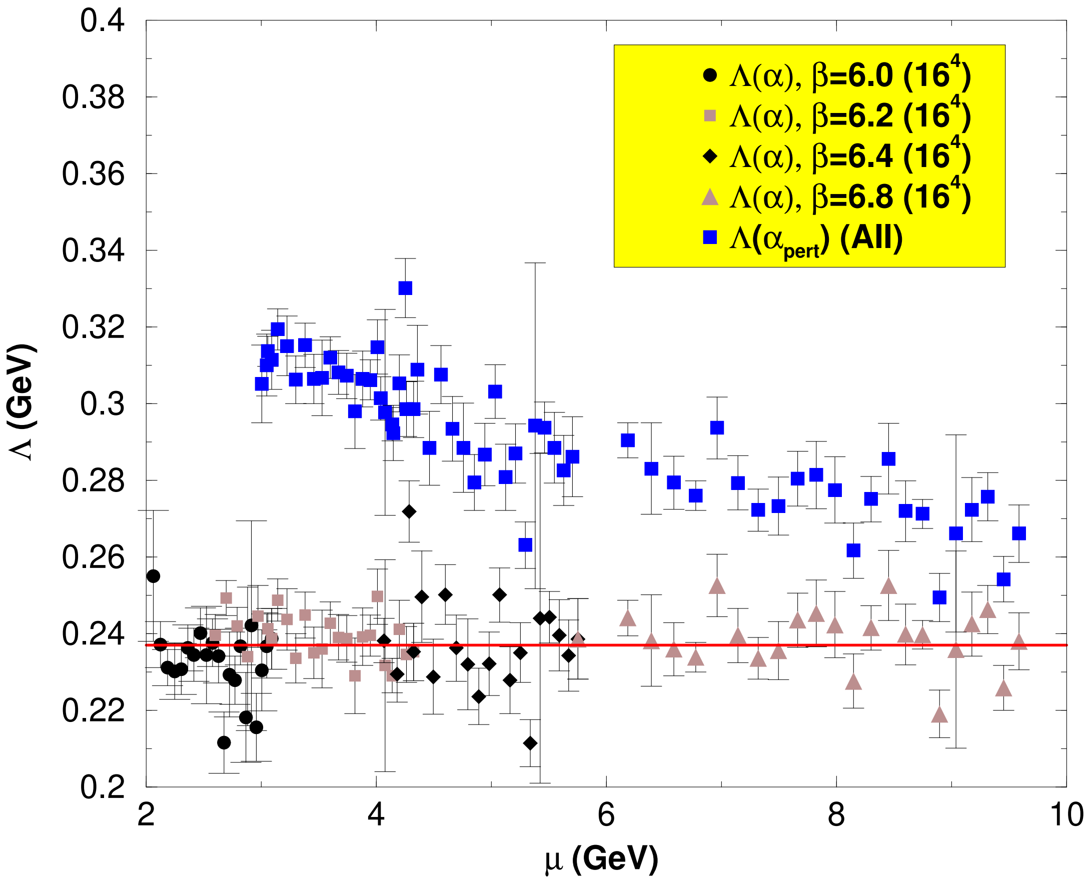


$$\alpha_s(p^2) = \alpha_s^{Pert}(p^2) + \frac{c}{p^2}$$

Boucaud & al

$$\Lambda_{\overline{\rm MS}} = 237 \pm 3\,\text{MeV}\,, \quad \text{N}_f = 0$$

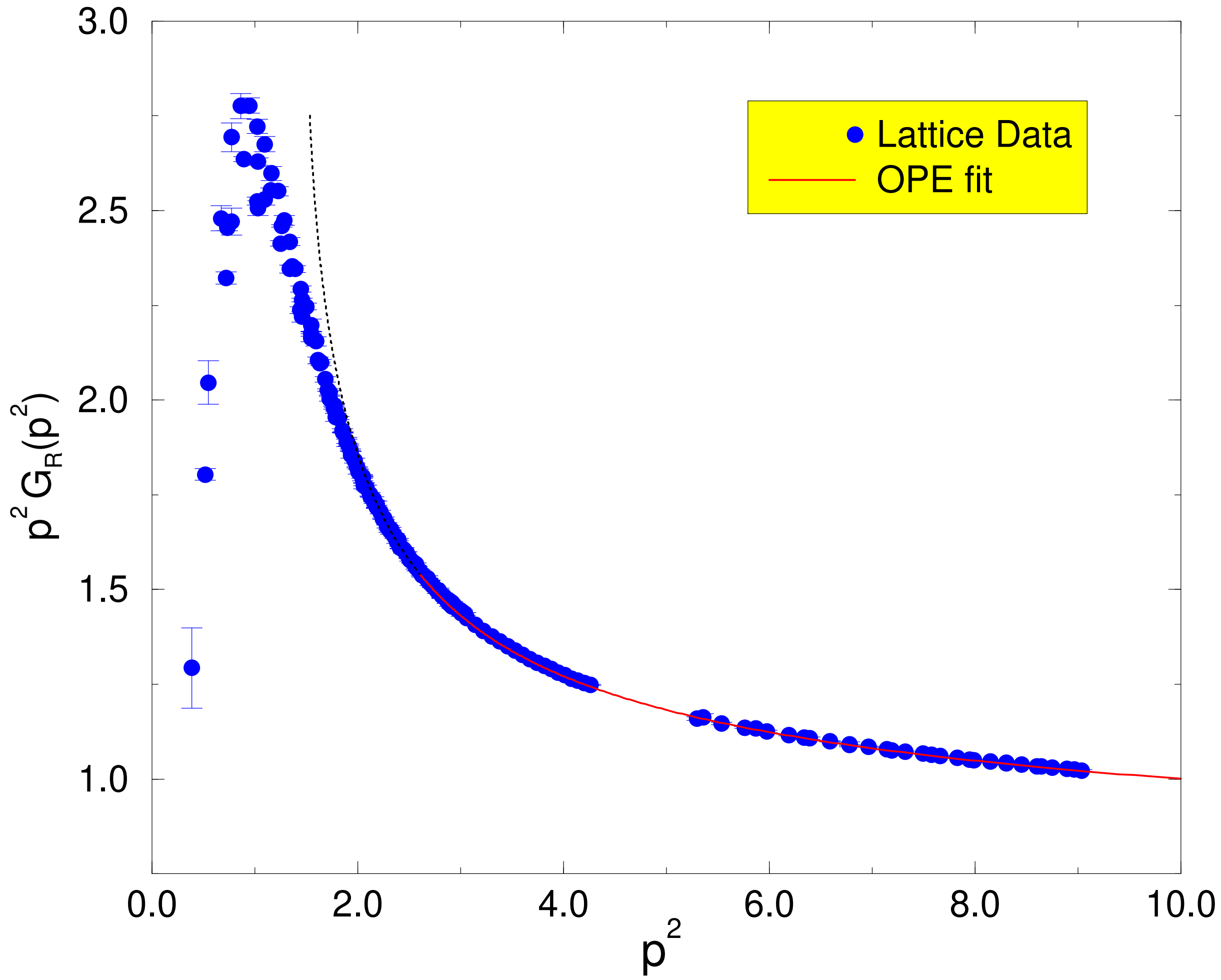
Couplage 3-Gluon dans le schéma $\widetilde{\text{MOM}}$



$\Lambda_{\overline{MS}}(\alpha_s)$ *en fonction de l'échelle de renormalisation calculéee à partir des données réseau (***bleu***) et après soustraction des corrections en puissance (***noir***).*

Boucaud & al

Propagateur du gluon dans le schéma MOM

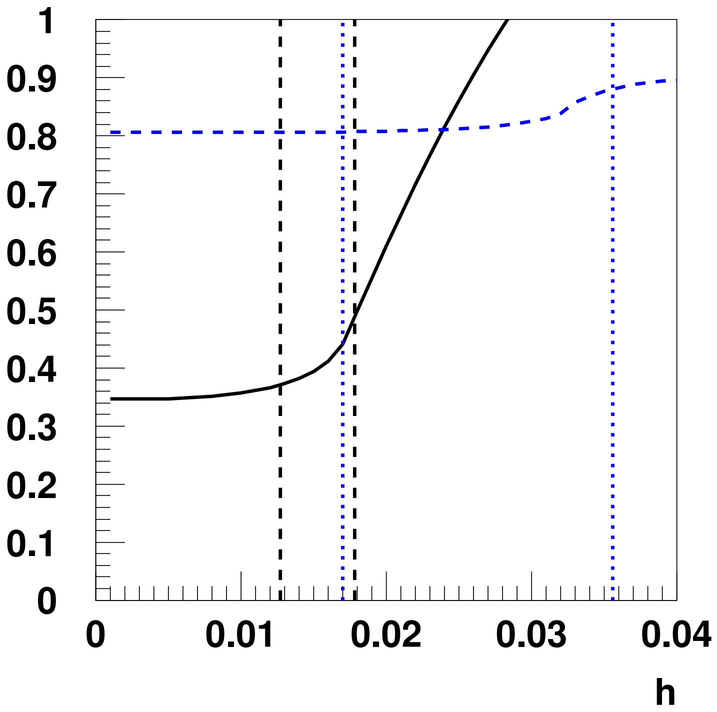


$$p^2 G_R^{(2)}(p^2) = Z^{MOM}_{\mathrm{R,3loops}}(p^2) + \frac{c'}{p^2}$$

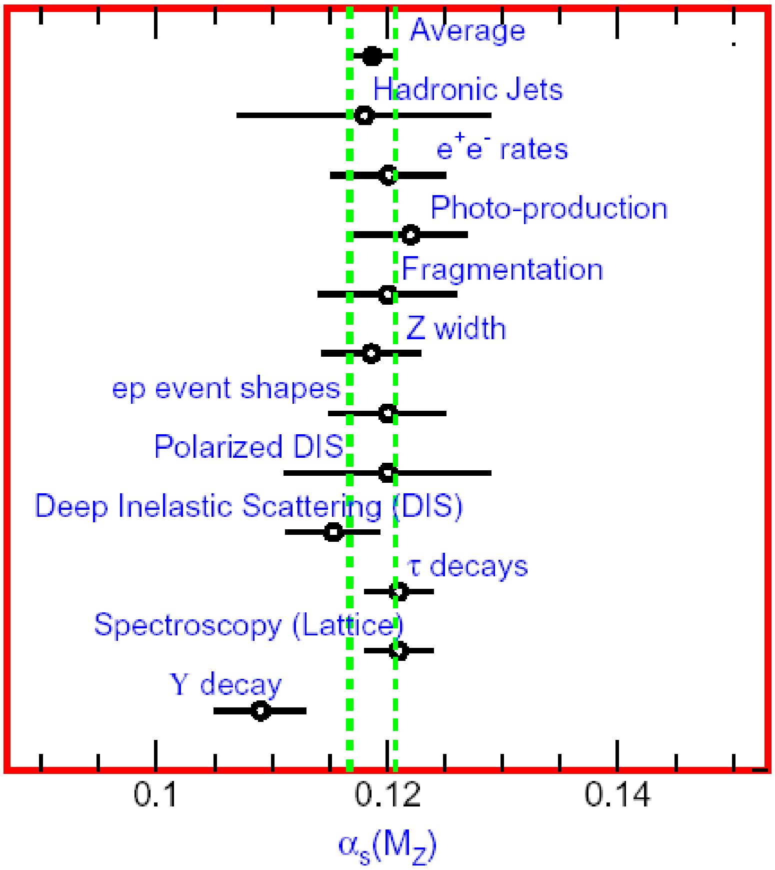
$$\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}} = 237\,\mathrm{MeV}$$

Boucaud & al.

Conversion entre schéma $\widetilde{\mathrm{MOM}}$ et $\overline{\mathrm{MS}}$

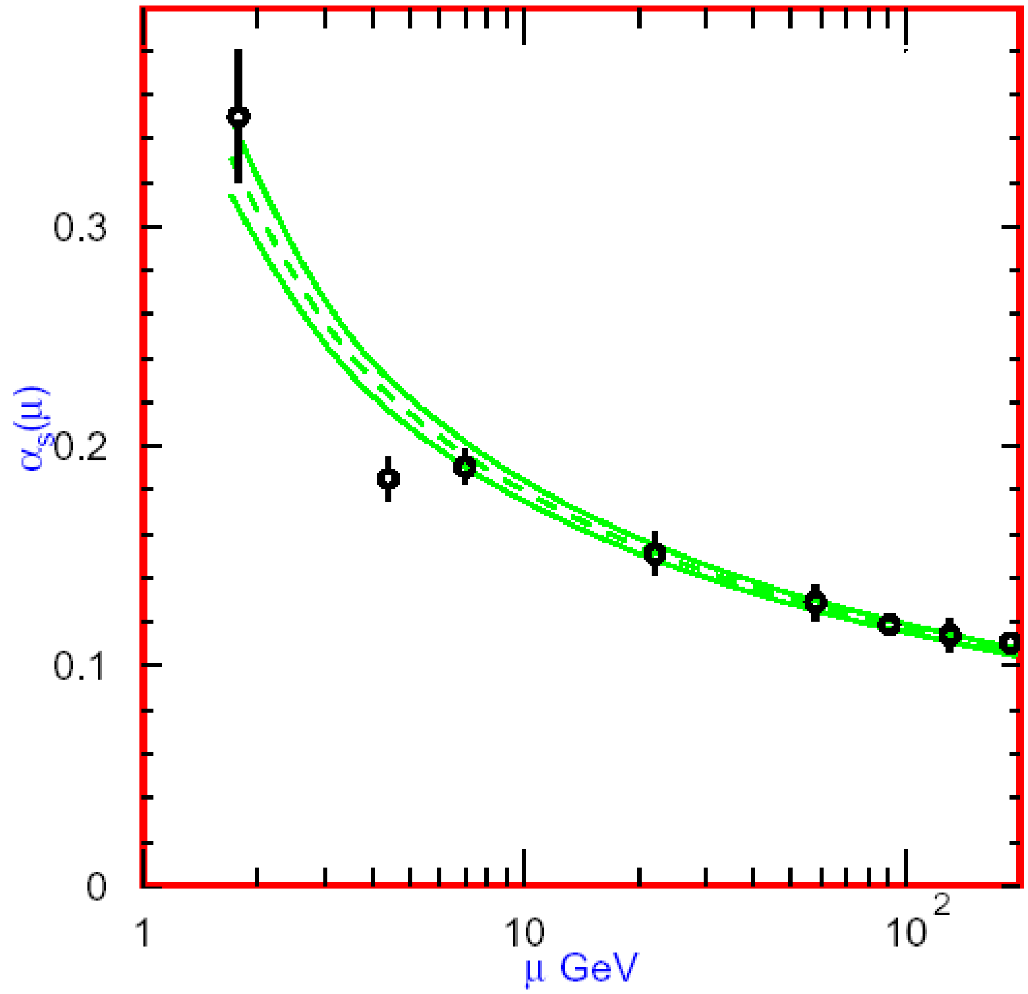


$\frac{\Lambda^{(4)}_{\overline{\mathrm{MS}}}}{\Lambda^{(4)}_{\widetilde{\mathrm{MOM}}}}$ (ligne noire solide) en fonction de $h_{\overline{\mathrm{MS}}}$. Les lignes verticales délimitent les intervalles de $h_{\overline{\mathrm{MS}}}$ dans les fits du propagateur du gluon à 6.4.



Mesures expérimentales de la constante de couplage de QCD à la masse du Z (Source: PDG 2004).

$$\alpha_s(M_Z) = 0.1187 \pm 0.002$$



Vérification expérimentale de la liberté asymptotique (Source: PDG 2004).

$$\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}} = 217^{+25}_{-23} \text{ MeV}\,, \quad \mathrm{N}_f = 5$$

Renormalisation des opérateurs sur réseau

- Calibration dans le continu d'un opérateur régularisé sur réseau $\Rightarrow$ facteur Z
- Calcul non-perturbatif des facteurs Z dans de rares cas (lois de conservation, identités de Ward)
- Sinon calcul en théorie des perturbations:
  - calculs sur réseau à 2 ou 3 boucles.
  - calculs dans le continu à 3 ou 4 boucles.

Calcul des masses de quarks u, d et s

- Identité de Ward Vectorielle:

$$m_q^{VWI}(\mu) = Z_S^{-1}(a\mu)\frac{1}{2a}\left(\frac{1}{\kappa_q} - \frac{1}{\kappa_{cr}}\right)$$

$$M_{PS}^2(\kappa_v = \kappa_{sea} = \kappa_{cr}) = 0$$

- Identité de Ward axiale:

$$m_q^{AWI}(\mu) = \frac{Z_A}{Z_P(a\mu)} \frac{\langle \sum_{\vec{x}} \partial_0 A_0(x) P^\dagger(0)\rangle}{2\,\langle \sum_{\vec{x}} P(x) P^\dagger(0)\rangle}$$

- Calcul non-perturbatif de Z_A, Z_P et Z_S dans le schéma RI-MOM

- Étude de la dépendance de M_{PS}^2 en fonction de m_v et m_{sea}:

$$M_{PS}^2 = A + B\,(a\,m_{v_1} + a\,m_{v_2}) + \mathcal{O}(a\,m_{sea})$$

- Conversion des masses du schéma RI-MOM au schéma $\overline{\mathrm{MS}}$.

Résultats sur la masse des quarks u/d

- $m_l = 3.05(6)\,\mathrm{MeV}$
  CP-PACS et JLQCD (2+1)

- $m_l = 2.8(0)(1)(3)(0)\,\mathrm{MeV}$
  HPQCD, MILC et UKQCD (2+1)

- $m_l = 4.7(2)(3)\,\mathrm{MeV}$
  QCDSF/UKQCD (N_f=2)

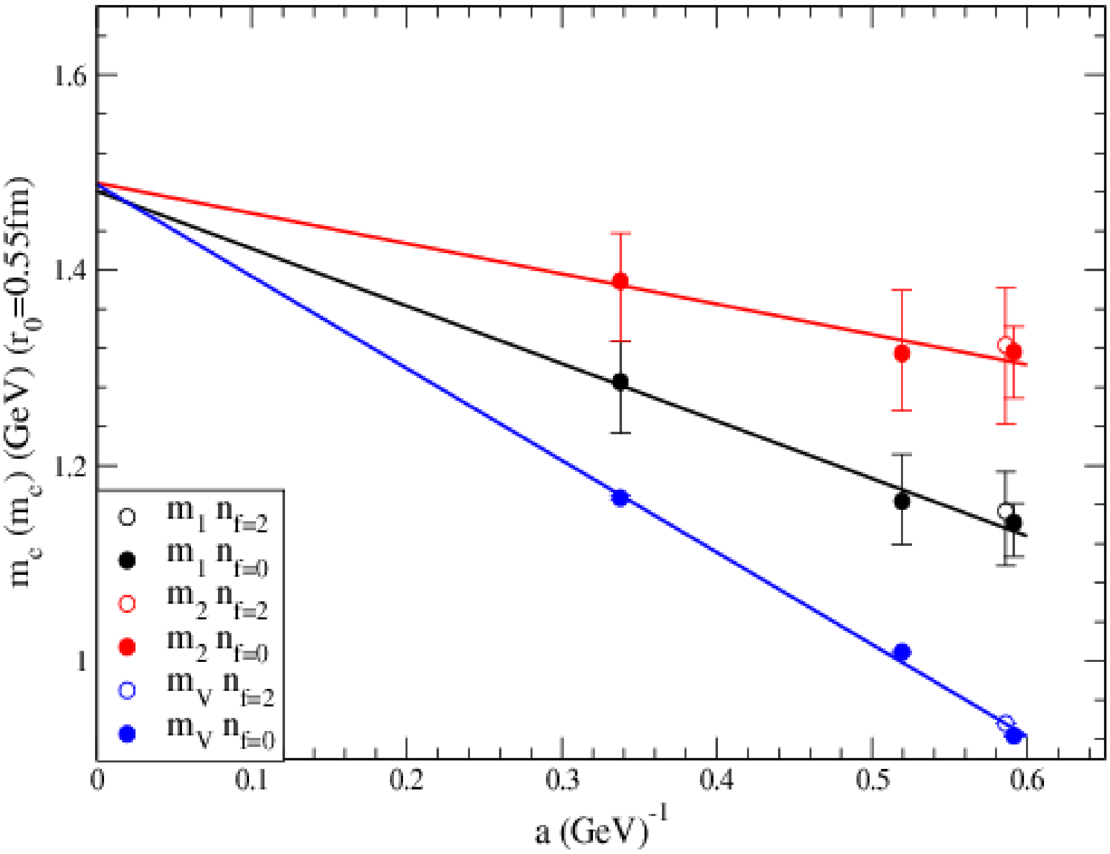
- $m_l^{VWI} = 4.8(5)\,\mathrm{MeV}$
  $m_l^{AWI} = 4.5(5)\,\mathrm{MeV}$
  SPQcdR (N_f=2)

- $m_l = 4.5(17)\,\mathrm{MeV}$
  SESAM/T$_\chi$L (N_f=2)

Résultats sur la masse du quark s

- $m_l = 80.4(1.9)\,\mathrm{MeV}$
  CP-PACS et JLQCD (2+1)
- $m_l = 76(0)(3)(7)(0)\,\mathrm{MeV}$
  HPQCD, MILC et UKQCD (2+1)
- $m_l = 119(5)(8)\,\mathrm{MeV}$
  QCDSF/UKQCD (N_f=2)
- $m_l^{VWI} = 111(6)\,\mathrm{MeV}$
  $m_l^{AWI} = 103(9)\,\mathrm{MeV}$
  SPQcdR (N_f=2)

Masse du quark c



Maynard, McNeile